

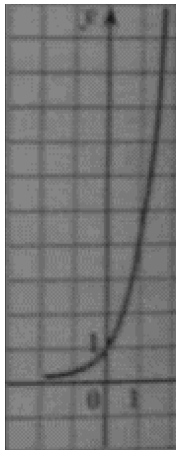
Вариант ЕГЭ по математике 2009 г. с решением.

A1 Упростите выражение: $\frac{6^{2,1}}{6^{0,3}} = 6^{2,1-0,3} = 6^{1,8}$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

A2 Вычислите: $\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{36 \cdot 6} = \sqrt[3]{6^2 \cdot 6} = \sqrt[3]{6^3} = 6$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

A3 Найдите значение выражения: $4 \cdot 3,5^{\log_{3,5}(7)} = 4 \cdot 7 = 28$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

A4 На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту



функцию.

1) $y=4^x$ 2) $y=9^x$ 3) $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

4) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

Функция, представленная на графике, монотонно возрастает, следовательно, это - либо функция (1), либо функция (2), так как функции (3) и (4) - монотонно убывающие.

При $x=1$ $y=4$, следовательно, на рисунке - график функции (1), так как

$$y(1) = 4^1 = 4$$

A5 Найдите производную функции $y=x^6 + 0,25x^4 + 4$

$$y' = (x^6 + 0,25x^4 + 4)' = (x^6)' + (0,25x^4)' + (4)' =$$

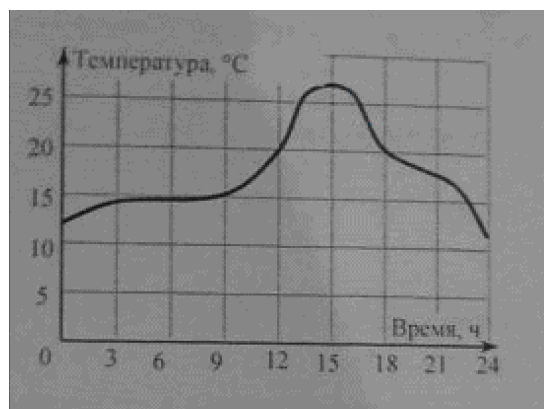
$$= 6x^5 + 0,25 \cdot 4x^3 + 0 = 6x^5 + x^3 \quad (\text{решено программой UMS (www.umsolver.com)})$$

A5 Найдите множество значений функции $y = 12 \cos x$

Функция $\cos x$ имеет множеством значений отрезок $[-1, 1]$ Следовательно, функция

$y = 12 \cos x$ имеет множеством значений отрезок $[-12, 12]$

A6 Отопительная система коттеджа оборудована блоком автоматического управления. Автомат отключает отопление, когда температура воздуха на улице становится выше 20°C и включает его, когда температура понижается до 20°C . На рисунке показано изменение температуры воздуха в течение одних суток. Определите, сколько часов в эти сутки отопление было отключено.



На графике в точке, соответствующей 12 часам

температура воздуха достигла 20°C , следовательно автомат сработал и система отопления была отключена. В 18 часов температура понизилась до 20°C и автомат включил отопление. Следовательно, система отопления не работала с 12 до 18 часов, то есть $18 - 12 = 6$ часов.

A8 Решите неравенство $\frac{x+6}{5x-55} > 0$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

Отметим ОДЗ.

$$5x - 55 \neq 0 \quad (1)$$

Решаем неравенство методом интервалов.

Решаем вспомогательные уравнения.

$$(1) \quad x + 6 = 0 ; \quad (2) \quad 5x - 55 = 0$$

Уравнение 1 .

$$x + 6 = 0$$

$$x = -6$$

Уравнение 2 .

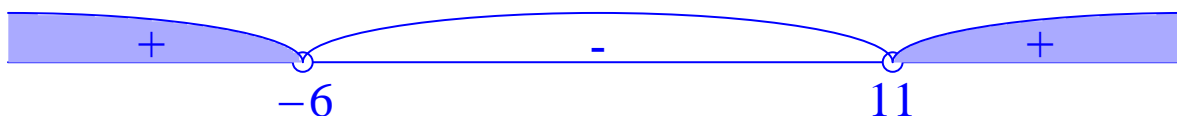
$$5x - 55 = 0 .$$

$$x = 55 : 5$$

$$x = 11$$

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.

Полученное решение отметим на рисунке.



$$x < -6; x > 11 \quad \text{или} \quad (-\infty; -6) \cup (11; +\infty)$$

A9 Решите уравнение $\operatorname{tg} x = -1$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

B1 Найдите значение выражения $3 \cos^2 x - 1$, если $\sin^2 x = 0,2$

$$3 \cos^2 x - 1 = 3(1 - \sin^2 x) - 1 = 3(1 - 0,2) - 1 = 3 - 0,6 - 1 = 1,4$$

B2 Решить уравнение $2^{5x-21} = 16$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

$$2^{5x-21} = 2^4$$

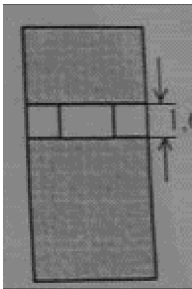
Воспользуемся свойством степеней

$$5x - 21 = 4$$

$$5x=25$$

$$x=5$$

B3



Здание маяка высотой **21,6 м** имеет форму цилиндра с

диаметром основания $\frac{23}{\pi}$ м. По всей окружности здания расположены окна, высота которых **1,6 м** (смотри рисунок). планируется покрасить снаружи боковую поверхность маяка при среднем расходе краски **90 г** на 1 м^2 . Сколько банок, содержащих по **5 кг** краски, потребуется купить для выполнения работы?

Высота маяка, требующая окраски (без окон) $h=21,6-1,6=20$

Площадь боковой поверхности маяка-цилиндра, требующая окраски:

$$S_{\text{бок. пов. цил.}} = 2\pi R h = 2 \cdot \pi \cdot \frac{23}{2\pi} \cdot 20 = 460 \text{ м}^2$$

Потребуется краски $90 \cdot 460 = 41400 \text{ г} = 41,4 \text{ кг}$

Потребуется банок краски $41,4 : 5 = 8,28$, то есть целых **9** банок краски.

B4 Решите уравнение $2 \sqrt[8]{x+2} = \sqrt[4]{x+20} \cdot \sqrt[8]{x+2}$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

С учетом ОДЗ.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ 2 \sqrt[8]{x+2} = \sqrt[4]{x+20} \sqrt[8]{x+2} \end{array} \right|$$

Выносим общий множитель.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ \sqrt[8]{(x+2)} \cdot (2 - \sqrt[4]{x+20}) = 0 \end{array} \right|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \sqrt[8]{(x+2)} = 0 \\ 2 - \sqrt[4]{x+20} = 0 \end{array} \right] \end{array} \right|$$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ \sqrt[8]{(x+2)} = 0 \end{array} \right|$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+2 = 0 \end{array} \right|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -20 \\ x = -2 \end{array} \right|$$

Следующее уравнение эквивалентно предыдущей системе.

$$x = -2$$

Случай 2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} x+20 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ 2 - \sqrt[4]{x+20} = 0 \end{array} \right|$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ 2 - \sqrt[4]{x+20} = 0 \end{cases}$$

$$2 - \sqrt[4]{x+20} = 0$$

Путем подбора находим решение.

$$x = -4$$

Других решений нет, так как функция, соответствующая данному уравнению, является монотонной.

Следующая система эквивалентна предыдущей.

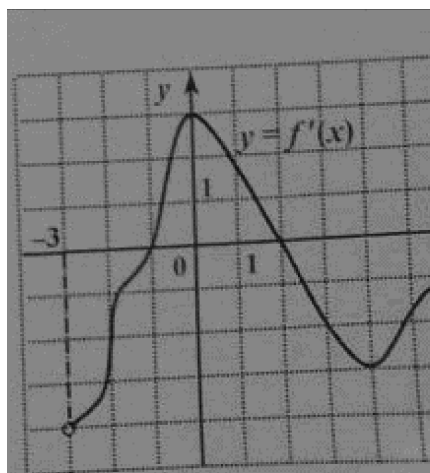
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Нет решений

Окончательный ответ: $x = -2$

B5 Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-3; 6)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y=f(x)$ на промежутке

$(-3; 6)$.



В точке относительного максимума функции ее производная меняет знак с $+$ на $-$, то есть в точке $x=2$.

B6 Найдите значение выражения $2 \log_5(75) - \frac{\log_3(45)}{\log_3(15) - 1}$ (решено программой UMS (www.umsolver.com))

$$\begin{aligned}
& 2 \log_5(75) - \frac{\log_3(45)}{\log_3(15) - 1} = \\
& = \log_5(75^2) - \frac{\log_3(45)}{\log_3(15) - \log_3(3)} = \\
& = \log_5(75^2) - \frac{\log_3(45)}{\log_3(15:3)} = \log_5(75^2) - \frac{\log_3(45)}{\log_3(5)} = \\
& = \log_5(75^2) - \frac{\log_5(45)}{\log_5(3)} : \frac{\log_5(5)}{\log_5(3)} = \\
& = \log_5(75^2) - \frac{\log_5(45)}{\log_5(5)} = \log_5(75^2) - \frac{\log_5(45)}{1} = \\
& = \log_5(75^2) - \log_5(45) = \log_5(75^2 : 45) = \log_5(125) = \\
& = \log_5(5^3) = 3
\end{aligned}$$

B7 Функция $y=f(x)$ определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 5 . Найдите значение выражения

$$f(-9) + f(11) - 2f(-8), \text{ если } f(-3) = 0,5 \text{ и } f(1) = 3$$

$$f(-9) + f(11) - 2f(-8) = f(1 - 2 \cdot 5) + f(1 + 2 \cdot 5) - 2f(-3 - 5) =$$

$$f(1) + f(1) - 2f(-3) = 3 + 3 - 2 \cdot 0,5 = 5$$

B8 Найдите все значения x , при каждом из которых выполняется соотношение

$$-4 \cos \frac{3\pi x}{4} \geq 20 - 8x + x^2. \text{ (Если таких значений } x \text{ более одного, то в бланке}$$

напишите наименьшее значение).

Рассмотрим выражение $-4 \cos \frac{3\pi x}{4}$

$\cos \frac{3\pi x}{4}$ может принимать значения $[-1; 1]$ Следовательно

$-4 \cos \frac{3\pi x}{4}$ может принимать значения $[-4; 4]$

$20 - 8x + x^2 = (x - 4)^2 + 4$, так как $(x - 4)^2 \geq 0$, то минимальное значение выражения $(x - 4)^2 + 4$ равно 4 при $x = 4$,

Следовательно неравенство $-4 \cos \frac{3\pi x}{4} \geq 20 - 8x + x^2$ может выполняться

только тогда, когда обе его части равны 4

Правая часть неравенства $20 - 8x + x^2 = 4 \Rightarrow (x - 4)^2 + 4 = 4 \Rightarrow x = 4$

Левая часть неравенства при $x = 4$ равна

$$-4 \cos \frac{3\pi \cdot 4}{4} = -4 \cos 3\pi = (-4) \cdot (-1) = 4$$

Ответ: $x = 4$

B9 Сколько надо добавить воды (в граммах) к 30 г сухого картофельного пюре с содержанием 7% воды, чтобы получить пюре с содержанием 85% воды.

В 30 г продукта (сухого картофельного пюре) содержится 7% воды и 93% картошки

В продукте (мокрое картофельное пюре) будет 85% воды и 15% картошки, которую мы не добавляем, значит общий вес будет увеличен только за счет воды.

Следовательно $30 \cdot 93\% = x \cdot 15\%$

$$x = \frac{30 \cdot 93\%}{15\%} = 186 \text{ г}$$

Так как вес увеличился лишь за счет воды, то мы ее добавили $186 - 30 = 156$ г

B10 Высота цилиндра равна 27, а радиус основания равен 13. На окружности основания отмечены точки A, B и C так, что $BC = 24$, $AB = AC$ и

$\angle BAC < 90^\circ$. Отрезок AA_1 - образующая цилиндра. Найти тангенс угла наклона между плоскостью основания и плоскостью BCA_1 .

$\triangle ABC$ - вписан в окружность радиуса $R=13$. В $\triangle ABC$ из вершины $\angle BAC$ проведем диаметр $AO_1 \perp BC$. Диаметр, перпендикулярный хорде, проходит через ее середину, обозначим ее через O . Рассмотрим две хорды: AO_1 и BC .

При пересечении двух хорд произведение отрезков, на которые делится одна из них точкой пересечения, равно произведению отрезков другой.

Следовательно $AO \cdot OO_1 = BO \cdot OC$ Так как $BO = OC = \frac{24}{2} = 12$, то

$$AO \cdot OO_1 = 12^2 = 144$$

$$AO + OO_1 = 2R = 26 \Rightarrow OO_1 = 26 - AO \Rightarrow AO \cdot (26 - AO) = 144$$

Решая квадратное уравнение, находим $AO = 18$

Соединим точки A_1 и O . AA_1 - образующая \perp плоскости основания, равна высоте цилиндра. Рассмотрим $\triangle OA_1A$ Прямая OA_1 принадлежит плоскости BCA_1 , прямая OA принадлежит плоскости основания. $\angle A_1OA$ - линейный угол двугранного угла между плоскостью основания и плоскостью BCA_1 .

$$\operatorname{tg} \angle A_1OA = \frac{AA_1}{OA} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Ответ: $\operatorname{tg} \angle A_1OA = 1,5$

B11 Сторона ромба $ABCD$ равна $3\sqrt{5}$, а косинус угла A равен $\frac{2}{3}$.

Высота BH пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка BM .

$$\cos \angle A = \frac{AK}{AB} \text{ из } \triangle ABK, \text{ который является прямоугольным, так как } BK -$$

$$\text{высота.} \Rightarrow AK = AB \cdot \cos \angle A = 3\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} = 2\sqrt{5}$$

$$BK = AB \cdot \sin \angle A = AB \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \angle A} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} =$$

$$= 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{3 \cdot 5}{3} = 5$$

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов. Рассмотрим $\triangle AMK$, который

является прямоугольным, так как BK - высота. $\Rightarrow MK = AK \cdot \operatorname{tg} \frac{\angle A}{2}$

$$\operatorname{tg} \frac{\angle A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \angle A}{1 + \cos \angle A}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$MK = AK \cdot \operatorname{tg} \frac{\angle A}{2} = 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = 2$$

$$BM = BK - MK = 5 - 2 = 3$$

C1 Найдите абсциссы всех точек графика функции

$f(x) = 3x^3 - (\sqrt{3x+1} + 1)(\sqrt{3x+1} - 1)$, касательные в которых параллельны прямой $y = 6x + 19$ или совпадают с ней.

Область определения функции $3x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$

$$f(x) = 3x^3 - (\sqrt{3x+1} + 1)(\sqrt{3x+1} - 1) = 3x^3 - (3 + x - 1) = 3x^3 - x - 2$$

$$f'(x) = 9x^2 - 1$$

Уравнение касательной

$$\begin{aligned} z &= f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) = (9x_0^2 - 1) \cdot (x - x_0) + 3x_0^3 - x_0 - 2 = \\ &= (9x_0^2 - 1)x - 9x_0^3 + x_0 + 3x_0^3 - x_0 - 2 = (9x_0^2 - 1)x - 6x_0^3 - 2 \end{aligned}$$

Для того, чтобы касательная была \parallel прямой $y = 6x + 19$ необходимо, чтобы коэффициенты при x были равны:

$$9x_0^2 - 1 = 6$$

$$9x_0^2 = 7$$

$$x_0 = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$x_0 = -\frac{\sqrt{7}}{3} \text{ - не входит в область определения функции}$$

Ответ: $x_0 = \frac{\sqrt{7}}{3}$ - абсцисса точки графика функции, в которой касательная

параллельна прямой $y = 6x + 19$

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых произведение значений выражений $2x^2 + 3x - 5$ и $\log_{0,5}(1 - 4x^2)$ отрицательно. (решено программой UMS (www.umsolver.com))

Случай 1

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 + 3x - 5 > 0 \\ \log_{0,5}(1 - 4x^2) < 0 \end{array} \right|$$

С учетом ОДЗ.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 4x^2 > 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 > 0 \\ \log_{0,5}(1 - 4x^2) < 0 \end{array} \right|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 4x^2 > 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 > 0 \\ 1 - 4x^2 > 1 \end{array} \right|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 4x^2 > 1 \\ 2x^2 + 3x - 5 > 0 \end{array} \right| \text{ нет решений (поскольку первое неравенство не имеет решений)}$$

Случай 2

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 + 3x - 5 < 0 \\ \log_{0,5}(1 - 4x^2) > 0 \end{array} \right|$$

С учетом ОДЗ.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 4x^2 > 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 < 0 \\ \log_{0,5}(1 - 4x^2) > 0 \end{array} \right|$$

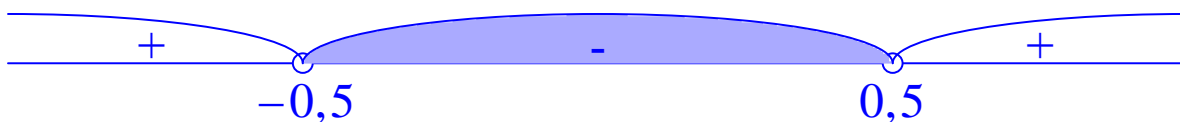
$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 4x^2 > 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 < 0 \\ 1 - 4x^2 < 1 \end{array} \right|$$

Случай 1 .

$$1 - 4x^2 > 0$$

$$4x^2 - 1 < 0$$

$$4(x + 0,5)(x - 0,5) < 0$$



Итак, ответ этого случая: $-0,5 < x < 0,5$

Случай 2 .

$$2x^2 + 3x - 5 < 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

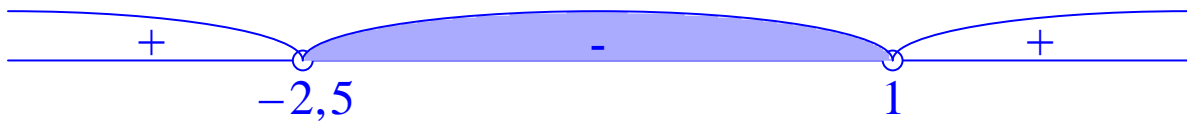
Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$$

$$x_1 = \frac{-3 - 7}{2 \cdot 2} = -2,5 ; x_2 = \frac{-3 + 7}{2 \cdot 2} = 1$$

Следующее неравенство равносильно предыдущему.

$$2(x+2,5)(x-1) < 0$$



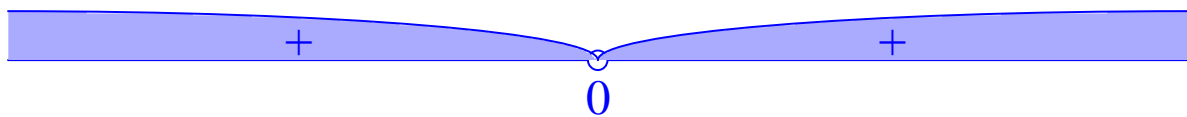
Итак, ответ этого случая: $-2,5 < x < 1$

Случай 3 .

$$1 - 4x^2 < 1$$

$$-4x^2 < 0$$

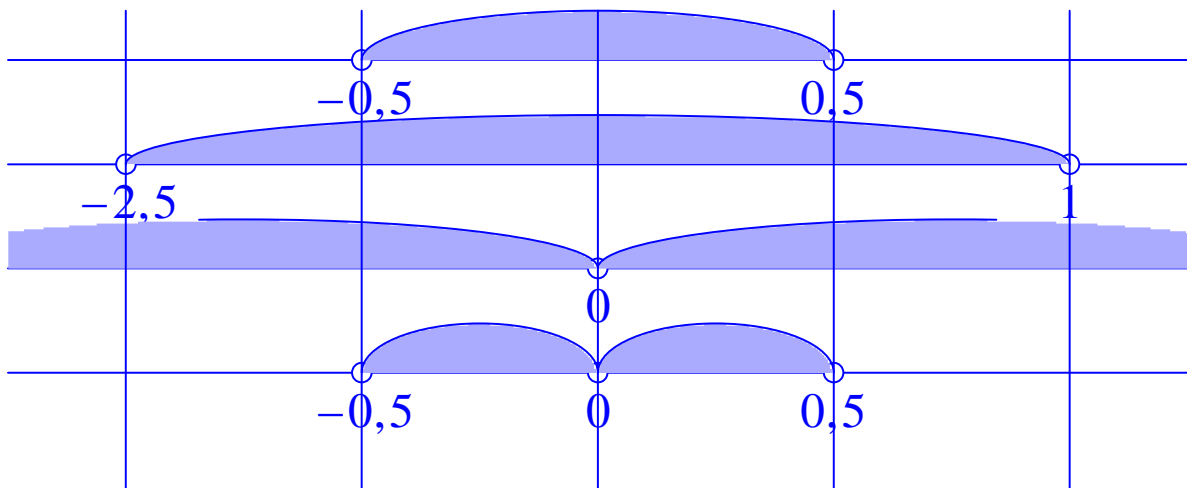
$$4x^2 > 0$$



Итак, ответ этого случая: $x < 0; x > 0$

Полученные решения отметим на рисунках.

Находим общее решение.



$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x > -0,5 \\ x < 0 \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 0,5 \end{array} \right\} \end{array} \right. \Bigg| \Bigg|$$

Ответ: $x \in (-0,5; 0)$ и $x \in (0; 0,5)$

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y = 5^{a-2x^2} - 4$ принадлежит промежутку $(2 - 5^{1-a}; 21)$

Рассмотрим двойное неравенство $2 - 5^{1-a} < 5^{a-2x^2} - 4 < 21 \Leftrightarrow$
 $6 - 5^{1-a} < 5^{a-2x^2} < 25 \Leftrightarrow 6 \cdot 5^{-a} - 5 \cdot 5^{-2a} < 5^{-2x^2} < 25 \cdot 5^{-a} \Leftrightarrow$
 $6b - 5b^2 < t < 25b$, где $b = 5^{-a} > 0$, $t = 5^{-2x^2}$ (заметим $0 < t \leq 1$).

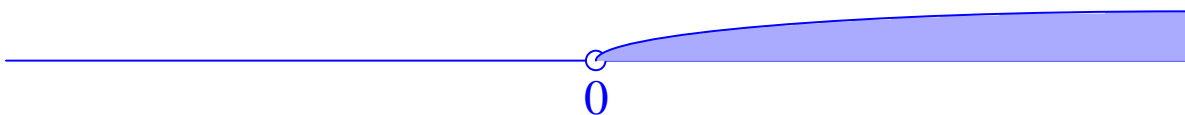
Последнее двойное неравенство $6b - 5b^2 < t < 25b$ имеет решение при условии $6b - 5b^2 < 25b$ и $(6b - 5b^2; 25b) \cap (0; 1] \neq \emptyset$. Последнее условие равносильно $1 > 6b - 5b^2$. Итак, получаем систему неравенств

$$\begin{cases} 6b - 5b^2 < 25b \\ 1 > 6b - 5b^2 \\ b > 0 \end{cases} \quad \text{решаем с помощью UMS}$$

Случай 1 .

$$b > 0$$

Полученное решение отметим на рисунке.



Итак, ответ этого случая: $b > 0$

Случай 2 .

$$6b - 5b^2 < 25b$$

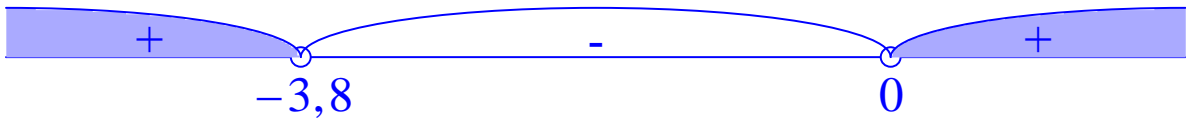
$$6b - 5b^2 - 25b < 0$$

$$-5b^2 - 19b < 0$$

$$5b^2 + 19b > 0$$

Следующее неравенство равносильно предыдущему.

$$5(b + 3,8)b > 0$$



Итак, ответ этого случая: $b < -3,8; b > 0$

Случай 3 .

$$1 > 6b - 5b^2$$

$$1 - 6b + 5b^2 > 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$5b^2 - 6b + 1 = 0$$

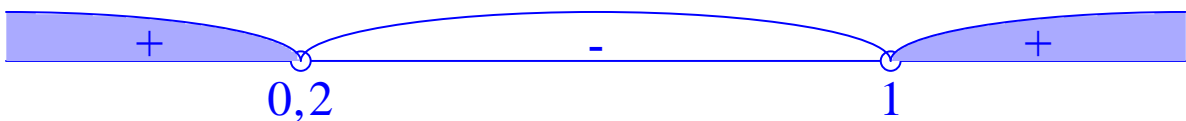
Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 16$$

$$b_1 = \frac{6-4}{2 \cdot 5} = 0,2; \quad b_2 = \frac{6+4}{2 \cdot 5} = 1$$

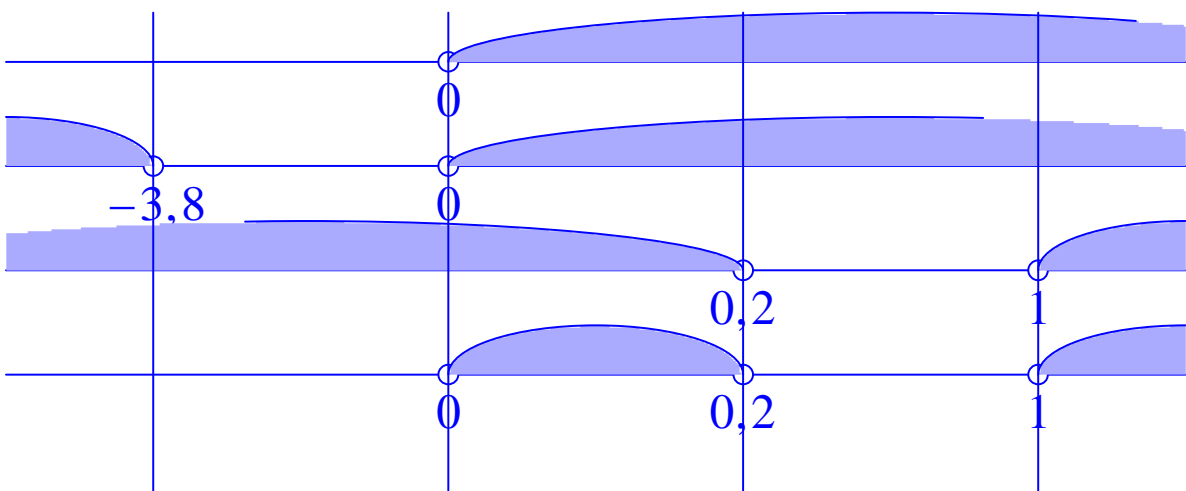
Следующее неравенство равносильно предыдущему.

$$5(b-0,2)(b-1) > 0$$



Итак, ответ этого случая: $b < 0,2; b > 1$

Находим общее решение.



Получаем $0 < b < 0,2$ или $b > 1$.

Поэтому $0 < 5^{-a} < 0,2$ или $5^{-a} > 1$. Откуда $-a < -1$ или $-a > 0$, то есть

$a > 1$ или $a < 0$

Ответ: $a \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

C4 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 2\sqrt{10}$, $AD = 3$, $AA_1 = 1$. Точка M лежит на отрезке BC_1 , точка N лежит на отрезке BD , прямые AM и A_1N пересекаются. Определите тангенс угла между прямой AM и плоскостью ADD_1 , если $BN:ND = 1:6$.

Дано: $AD = 3$, $AB = 2\sqrt{10}$, $AA_1 = 1$

$$N \in BD, M \in BC_1, \frac{BN}{ND} = \frac{1}{6}$$

$$AM \cap A_1N \neq \emptyset$$

Найти $\operatorname{tg} \alpha$, где α - угол между прямой AM и плоскостью ADD_1 .

Решение. Введем систему координат $oxyz$ так, что начало координат совпадает с точкой A , ось $ox \parallel \overrightarrow{AD}$, ось $oy \parallel \overrightarrow{AB}$, ось $oz \parallel \overrightarrow{AA_1}$. В этой системе координат:

$$A = (0; 0; 0), B = (0; 2\sqrt{10}; 0), A_1 = (0; 0; 1), D = (3; 0; 0)$$

$$C_1 = (3; 2\sqrt{10}; 1)$$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{7} \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{7} (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) =$$

$$(0; 2\sqrt{10}; 0) + \frac{1}{7} ((3; -2\sqrt{10}; 0)) = \left(\frac{3}{7}; \frac{6}{7} 2\sqrt{10}; 0 \right),$$

то есть $N = \left(\frac{3}{7}; \frac{6}{7} 2\sqrt{10}; 0 \right)$.

Пусть $M = (x; y; z)$. Поскольку точка M лежит в плоскости B_1BC , то

координата y у точек M и B совпадают, то есть $y = 2\sqrt{10}$.

Условие $M \in BC_1$ эквивалентно $\overrightarrow{BM} \parallel \overrightarrow{BC_1}$. Откуда $(x; 0; z) \parallel (3; 0; 1)$,

то есть $x = 3z$, то есть $M = (3z; 2\sqrt{10}; z)$

Условие $AM \cap A_1N \neq \emptyset$ эквивалентно существованию двух чисел t и s отличных

от нуля таких, что $\overrightarrow{tAM} = \overrightarrow{AA_1} + s\overrightarrow{A_1N}$.

Получим $t(3z, 2\sqrt{10}, z) = (0; 0; 1) + s\left(\frac{3}{7}; \frac{12}{7}\sqrt{10}; -1\right)$

Последнее равенство эквивалентно системе
$$\begin{cases} 3tz = \frac{3}{7}s \\ 2t\sqrt{10} = \frac{12}{7}s\sqrt{10} \\ tz = 1 - s \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} tz = \frac{1}{7}s \\ t = \frac{6}{7}s \\ tz = 1 - s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} tz = \frac{1}{7}s \\ t = \frac{6}{7}s \\ \frac{1}{7}s = 1 - s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{7}s : t = \frac{1}{6} \\ t = \frac{6}{8} \\ s = \frac{7}{8} \end{cases}$$

Это означает $M = \left(\frac{3}{6}, 2\sqrt{10}, \frac{1}{6}\right)$

Пусть M' - проекция точки M на плоскость ADD_1 . Заметим, что у точек M и

M' первые и последние координаты совпадают, то есть $M' = \left(\frac{3}{6}, 0, \frac{1}{6}\right)$.

Имеем по определению

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M'M}{AM'} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{\left(\frac{3}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{\frac{\sqrt{10}}{6}} = 12$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = 12$

C5 Решите уравнение $x^{12} - (6x+8)^6 = 35 \sin |6x+8| - 35 \sin x^2$

Преобразуем уравнение $x^{12} + 35 \sin x^2 = (6x+8)^6 + 35 \sin |6x+8|$ (*).

Рассмотрим функцию $F(t) = t^6 + 35 \sin t$ на промежутке $[0; +\infty)$.

Ее производная $F'(t) = 6t^5 + 35 \cos t > 0$ при $t > 0$. Поскольку, если $t \geq 2$, то

$$6t^5 + 35 \cos t \geq 6 \cdot 32 + 35 \cos t = 192 + 35 \cos t \geq 192 - 35 > 0;$$

если $0 \leq t < 2$, то $\cos t \geq 0$ и тогда $6t^5 + 35 \cos t \geq 0$

Вывод: функция $F(t)$ - монотонно возрастает. Уравнение (*) имеет вид

$$F(a) = F(b), \text{ где } a = x^2, \quad b = |6x+8| \quad (a, b \geq 0)$$

Поэтому уравнение $F(a) = F(b) \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow x^2 = |6x+8|$

Случай 1.

$$x^2 = 6x + 8$$

$$x^2 - 6x - 8 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{6 - 2\sqrt{17}}{2 \cdot 1} = 3 - \sqrt{17}; \quad x_2 = \frac{6 + 2\sqrt{17}}{2 \cdot 1} = 3 + \sqrt{17}$$

Итак, ответ этого случая: $x = 3 - \sqrt{17}; x = 3 + \sqrt{17}$

Случай 2.

$$x^2 = -(6x+8)$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-6-2}{2 \cdot 1} = -4 ; x_2 = \frac{-6+2}{2 \cdot 1} = -2$$

Итак, ответ этого случая: $x = -4; x = -2$

Ответ: $x = -4; x = -2; x = 3 - \sqrt{17}; x = 3 + \sqrt{17}$