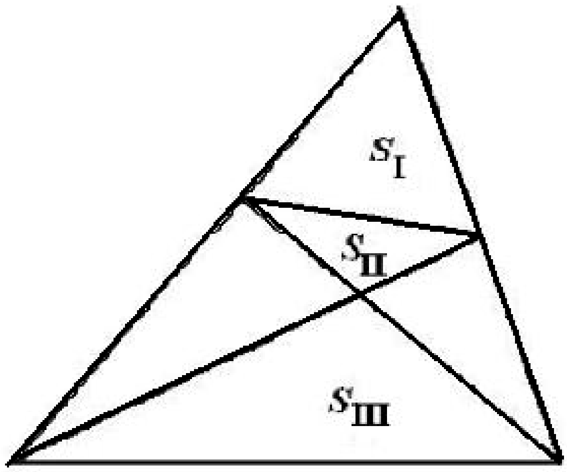
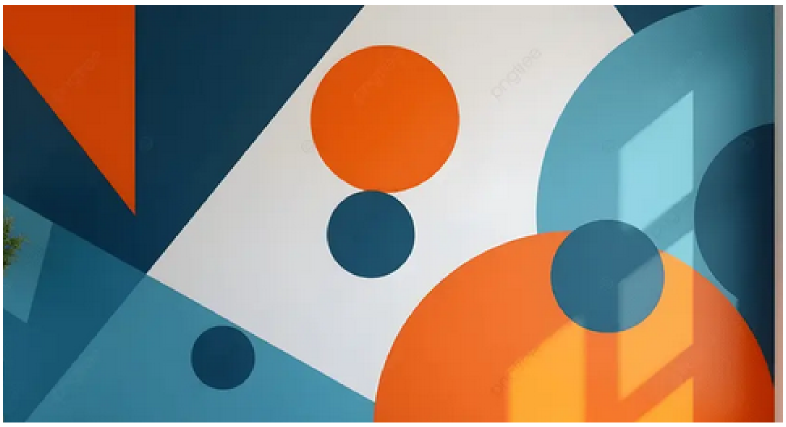
С.И.Кублановский С.Г.Бершадский

Библиотека UMS: ЕГЭ и ОГЭ

ДЕСЯТЬ ТЕОРЕМ, КОТОРЫЕ СПАСУТ ВАС НА ЭКЗАМЕНЕ



$$\frac{S_I}{S} = \frac{S_{II}}{S_{III}}$$



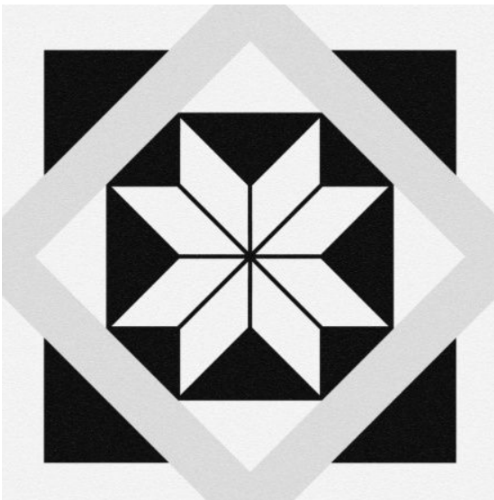
8 - 11 класс

С.Г. Бершадский, С.И. Кублановский

ДЕСЯТЬ ТЕОРЕМ, КОТОРЫЕ СПАСУТ ВАС НА ЭКЗАМЕНЕ

ЕГЭ и ОГЭ

Самоучитель по геометрии
для школьников 8-11 классов



Санкт-Петербург, XXI

С.Г.Бершадский, С.И.Кублановский.

ДЕСЯТЬ ТЕОРЕМ, КОТОРЫЕ СПАСУТ ВАС НА ЭКЗАМЕНЕ. ЕГЭ и ОГЭ.
:
самоучитель по геометрии для школьников 8 -11 классов.

Аннотация.

В пособии представлена авторская система опорных теорем («великолепная десятка»). Часть из них, включая вынесенную на обложку первую замечательную пропорцию и уравнение креста, являются эксклюзивными разработками автора. Эти методы позволяют решать сложные задачи экзаменационного уровня буквально в несколько строк, минуя громоздкие стандартные вычисления. Применение теорем показано в 10 задачах. Для тренировки и закрепления даются упражнения для самостоятельного решения.

Демонстрационная версия

ПОЛЕЗНЫЕ ФОРМУЛЫ

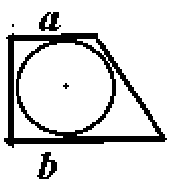
Соотношения в произвольном треугольнике:

№1. $R=\dfrac{abc}{4S}$; $r=\dfrac{S}{p}$; $p=\dfrac{a+b+c}{2}$

№2. $S_{\Delta}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma=2R^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$

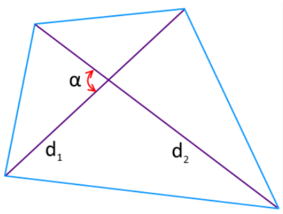
№3. В прямоугольном треугольнике:

$$S=(R+r)^2-R^2$$

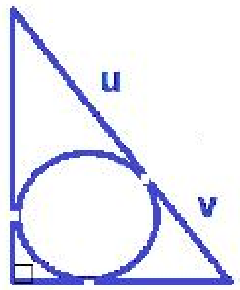
№4. В прямоугольной трапеции, описанной около круга 

:

$$S=ab$$

№5 В четырехугольнике 

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$$

№6 В прямоугольном треугольнике: 

$$S_{\Delta}=uv$$

Сформулируйте и решите задачу по каждой полезной формуле

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	6
Введение	7
§1. Десять задач	8
§2.Десять теорем (топ 10)	13
§3 Решение задач с помощью опорных теорем	32
§4 Упражнения для самостоятельного решения	46
§5 Ответы и указания.	59
Заключение.	70
Литература	71
Приложение.	72

Демонстрационная версия содержит только предисловие, введение, §1 и заключение.

Предисловие

Даже у самых способных школьников геометрия вообще и продвинутые задачи в частности являются слабым звеном их подготовки. А ведь без решения подобных задач нельзя рассчитывать на высокие результаты на экзаменах (ЕГЭ и ОГЭ).

Трудности, связанные с геометрией в школе, связаны с обилием фактов, которые должен усвоить учащийся, и с отсутствием должной практики их применения. Из этого множества авторы выделили "великолепную десятку", которая часто используется в решении задач, особенно трудных. Показана техника применения этих теорем для решения задач.

Конечно, для успеха на экзамене требуются знания большего числа базовых фактов, которые можно повторить в книге **universalmathsolver.com/ru/геометрия/**

В помощь выпускникам в интернете есть хорошие ресурсы для тренировки. Один из таких ресурсов **universalmathsolver.com**. На этом сайте вы найдете материалы для подготовки к экзаменам по математике (Библиотека UMS) и учебные мультфильмы по физике.

Помимо геометрии там имеется бесплатный вариант программы **UMS (Универсальный Математический Решатель)**, которая решает с голосовыми комментариями задания всех степеней трудности по алгебре и анализу для учащихся с 8 по 11 класс.

Настоящее пособие может быть рекомендовано школьникам 8-11 классов, преподавателям, любителям математики. Желаем успехов.

Демонстрационная версия содержит только предисловие, введение, §1 и заключение.

Введение

Решение задач по геометрии из второй части экзаменов ОГЭ и ЕГЭ часто вызывает затруднения у многих выпускников. Это связано с большим количеством теорем, которые могут пригодиться для этого.

Этим оправдано желание из всего обилия фактов выделить *небольшую часть*, которая может использоваться чаще других. Такую часть из десяти теорем мы и предлагаем вашему вниманию в настоящем пособии. Попытки выбора так называемых топ 5, топ 10 и даже топ 25 были и раньше. При этом отбирались в значительной части именные теоремы: Птолемея, Эйлера, Чевы, Менелая, Ван Обеля и т.п., которые проходят в основном только в некоторых школах с углубленным изучением математики (см. [1] §§ 19, 20, 24).

В предлагаемом нами наборе теорем (см. §2) мы сделали акцент не на сложности (некоторые из отобранных теорем – простые и хорошо известные большинству факты), а на практике их применения. Мы показываем, как даже весьма сложные для многих задачи могут быть решены простыми средствами (см. §3).

Правда, некоторые из нашей великолепной десятки теорем, являются малоизвестными для читателей (например, *уравнение креста* и *первая замечательная пропорция*). Эти теоремы взяты из книги автора [1].

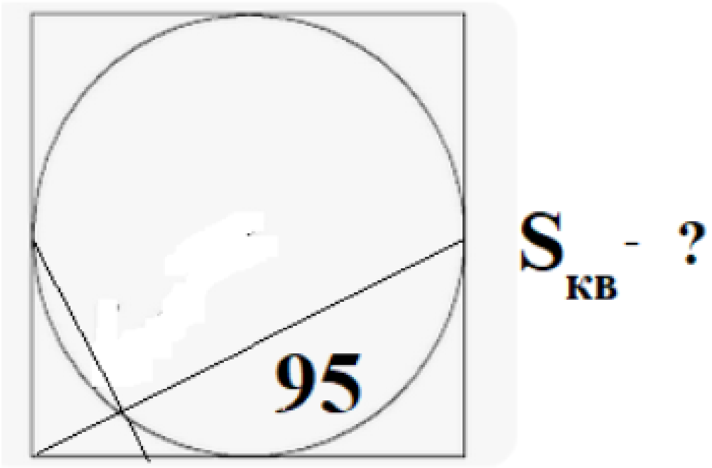
Для закрепления навыков применения опорных теорем даются упражнения для самостоятельного решения (см. §4). Ко всем задачам даны ответы и указания.

Демонстрационная версия содержит только предисловие, введение, §1 и заключение.

§1. Десять задач.

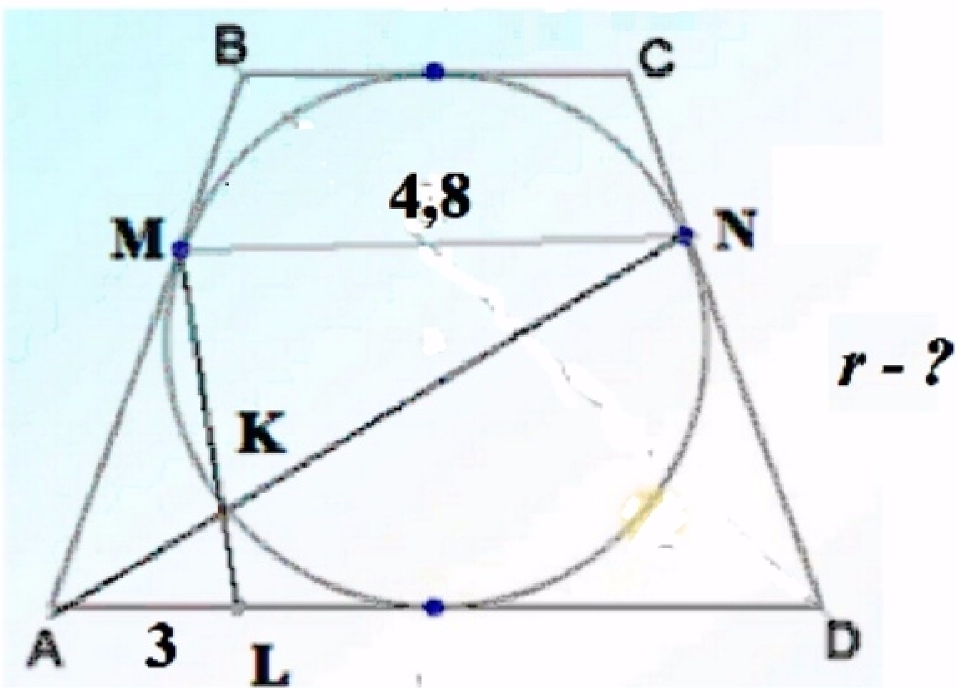
В этом параграфе мы предлагаем читателю 10 специально подобранных задач, охватывающих различные темы в геометрии. Попробуйте свои силы и попытайтесь решить эти задачи самостоятельно.

ЗАДАЧА N1



ЗАДАЧА N2

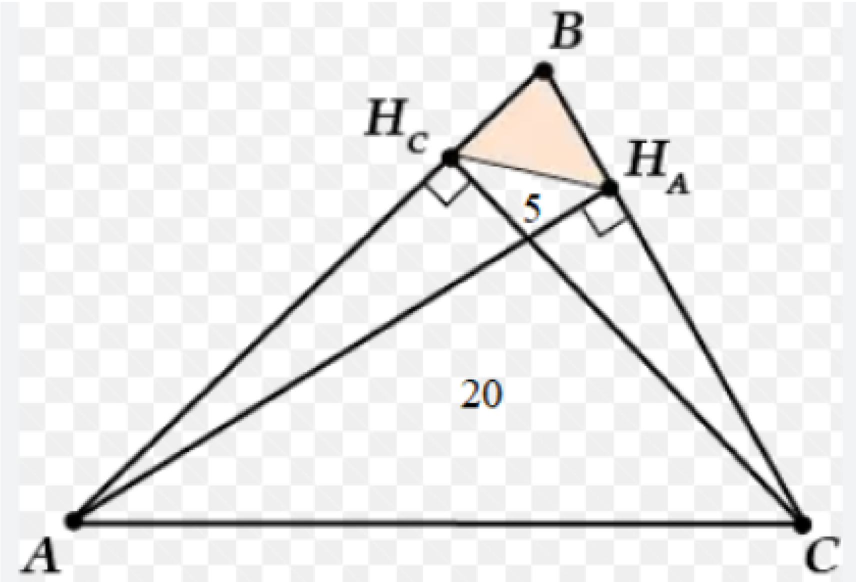
В равнобедренную трапецию вписан круг.



$AL = 3$, $MN = 4{,}8$

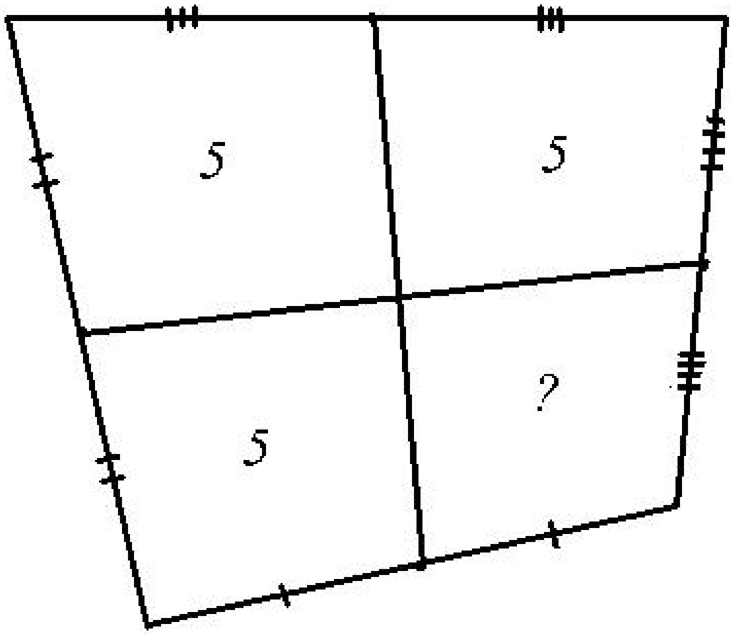
Найти радиус круга $r - ?$

ЗАДАЧА N3



Найти $\angle B - ?$

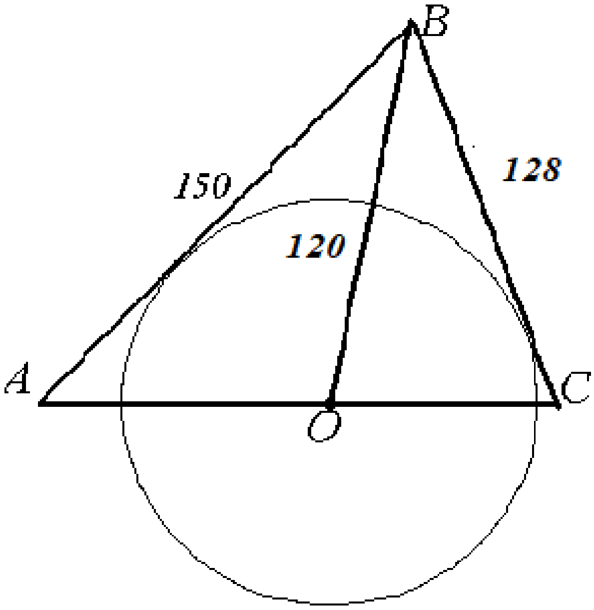
ЗАДАЧА N4



Доказать, что исходный четырехугольник - параллелограмм.

ЗАДАЧА N5

Окружность с центром O *на основании треугольника касается боковых сторон.*



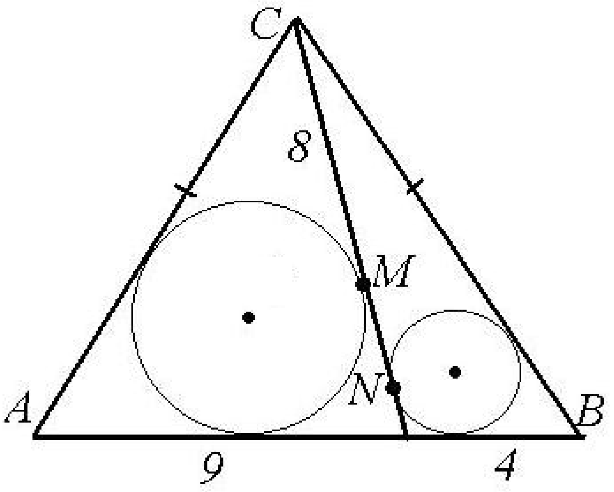
1) найти сторону основания ;

2) доказать, что окружность касается средней линии треугольника.

ЗАДАЧА N6

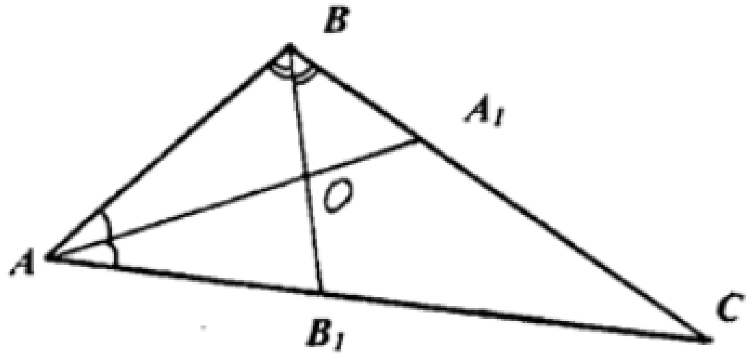
В равнобедренном треугольнике из вершины проведен отрезок длины 8 *к основанию, который делит основание на два отрезка длины* 9 *и* 4 *.*

В каждый из образовавшихся треугольников вписаны окружности, которые касаются этого отрезка в точках M *и* N *.*



Найти $MN-?$ *, отношение радиусов* $\dfrac{r_1}{r_2}-?$ *.*

ЗАДАЧА N7 (задача из тренировочного варианта С.И.Кублановского ЕГЭ 2022-2023 года [2]).

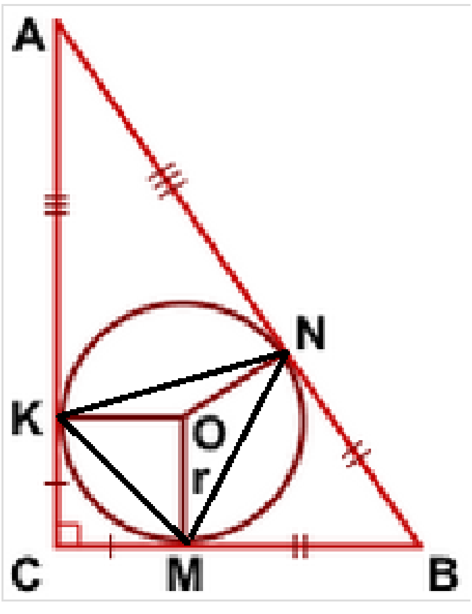


В треугольнике ΔABC биссектрисы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O. Известно, что $OA_1 = OB_1$.

а) Доказать, что либо точки A_1, B_1, C, O лежат на одной окружности, либо точки A_1, B_1, A, B лежат на одной окружности;

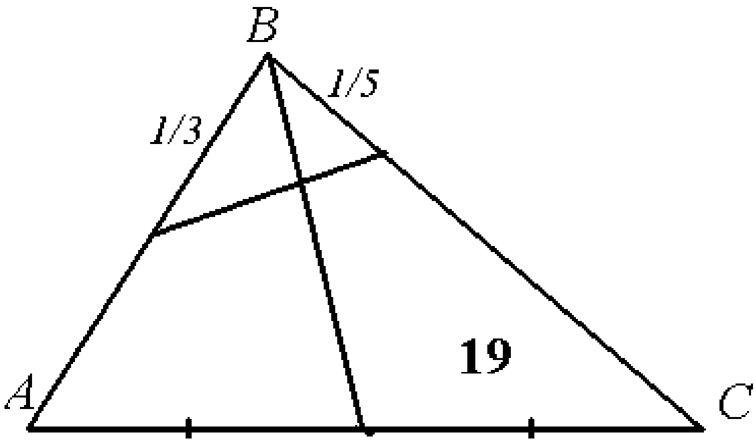
б) Пусть $CA_1 \neq CB_1$. Найти угол $\angle C$

ЗАДАЧА N8 (задача N 25.72 из книги автора [1])



Доказать, что отношение площади треугольника касаний, то есть ΔMNK *, к площади исходного египетского треугольника* ΔABC *равно* $\frac{1}{5}$ *. Верно ли обратное утверждение для прямоугольных треугольников?*

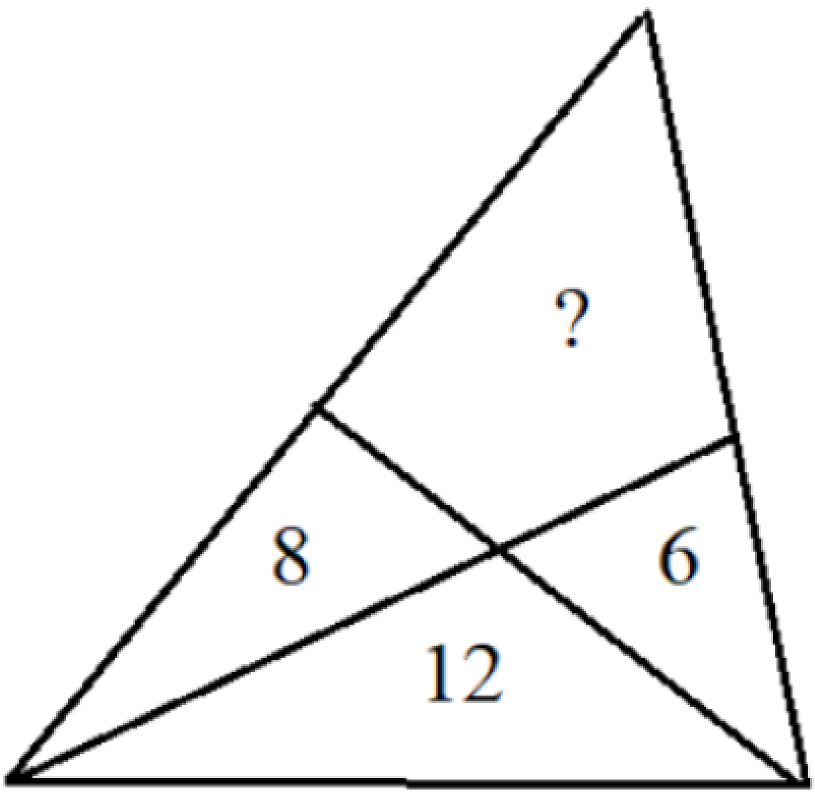
ЗАДАЧА N9



$S - ?$

Даны относительные размеры отрезков на боковых сторонах треугольника (то есть указано, какую часть они занимают от всей стороны) и дана площадь одной из частей треугольника. Найти площадь всего треугольника.

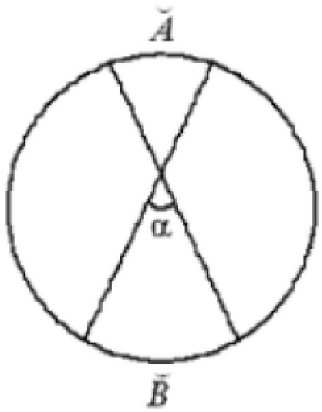
ЗАДАЧА N10



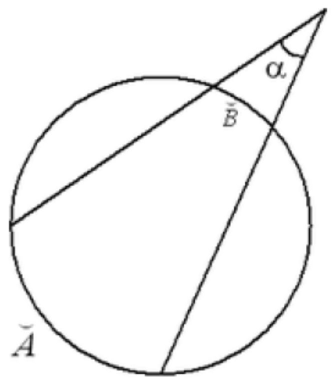
(задача из тренировочного варианта С.И. Кублановского ЕГЭ 2022-2023 года [2])

Заключение.

Итак, мы здесь выделили 10 фактов, которые эффективно применяются для решения разного рода трудных задач, но читатель должен понимать, что знание этого набора теорем недостаточно. Есть еще серия весьма простых и полезных опорных теорем, которые необходимо знать для успешного результата на экзамене. Сюда относятся, например, и теоремы об угле между хордами и угле между секущими (см.[1], §16)

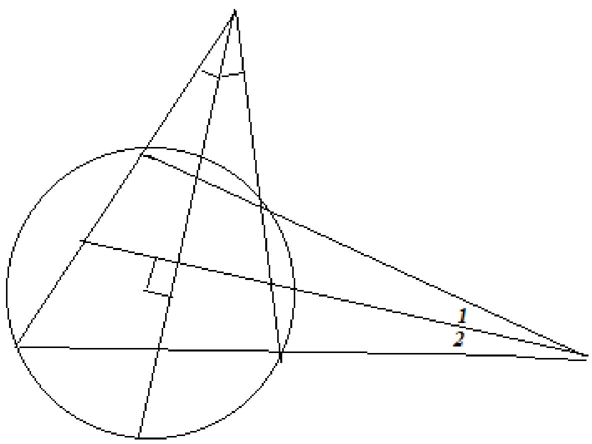


$$\alpha = \frac{\breve{B} + \breve{A}}{2}$$



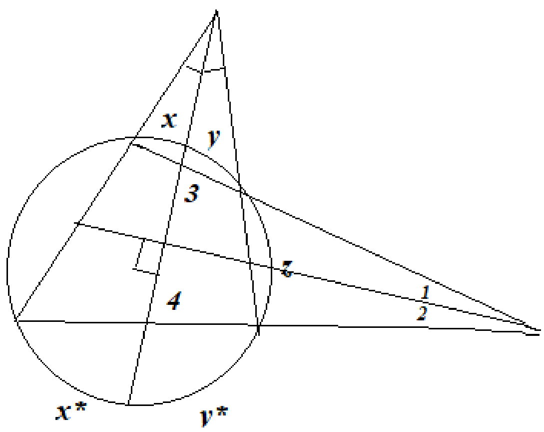
$$\alpha = \frac{\breve{A} - \breve{B}}{2}$$

Попробуйте с помощью этих простых теорем решить непростую задачу:



Доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

Дадим подсказку :



$\angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow \angle 3 = \angle 4$.

Выразите углы 3 и 4 через дуги x, y, x^*, y^*, z и используйте равенство $x^* - x = y^* - y$. Общий совет: не стесняйтесь "обсыпать" чертеж буквами в задачах

подобного рода!
Конечно, необходимо знать теоремы синусов и косинусов, свойства вписанных и описанных четырехугольников, формулы для радиусов вписанной и описанной окружности треугольника, а также ряд именных теорем (такие, например, как обратная теорема Пифагора, теорема Фалеса). В ряде задач можно использовать вспомогательные окружности* (см. полезные конструкции в приложении к этому пособию). Все это можно быстро повторить по книге автора [1].

Полезно будет ознакомиться и с новой работой авторов "Замечательные треугольники". Ее можно свободно скачать на сайте журнала matob.ru/archive.html № 103 (июль-сентябрь, 2022).

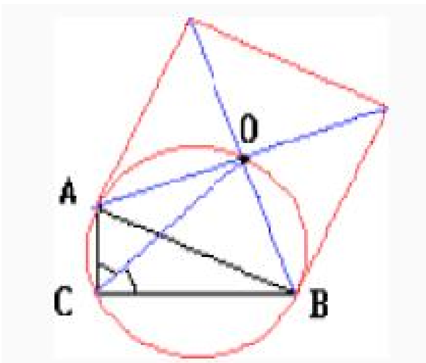
Мы надеемся, что настоящее пособие позволит вам лучше подготовиться к экзамену .и получить высокие результаты.
Удачи.

Литература

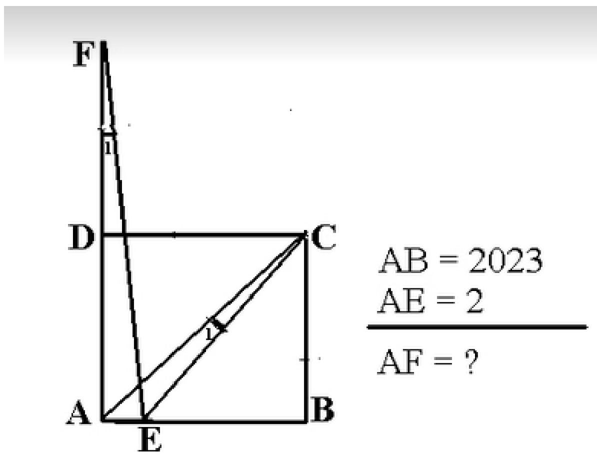
[1] С.И.Кублановский. Евклидова геометрия в задачах и упражнениях. – СПБ, 2021, universalmathsolver.com/ru/геометрия/
[2] С.И.Кублановский. Тренировочные варианты ЕГЭ. universalmathsolver.com/ru/решения-егэ/
[3] С.Г.Бершадский, С.И.Кублановский. “Замечательные треугольники”, Матем. обр., 2022, № 3(103), 2–14.

---

*Например (попробуйте решить):

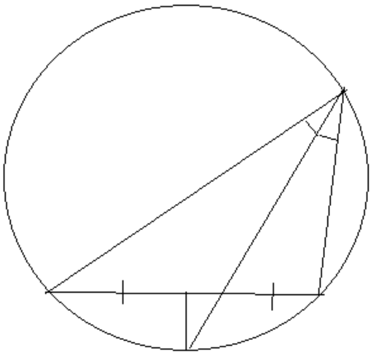


Доказать: $\angle ACO = \angle BCO$

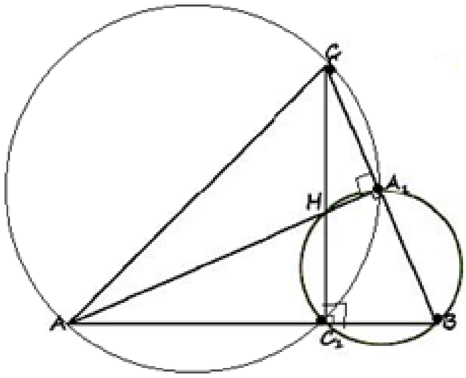


Вспомогательная окружность. Полезные конструкции.

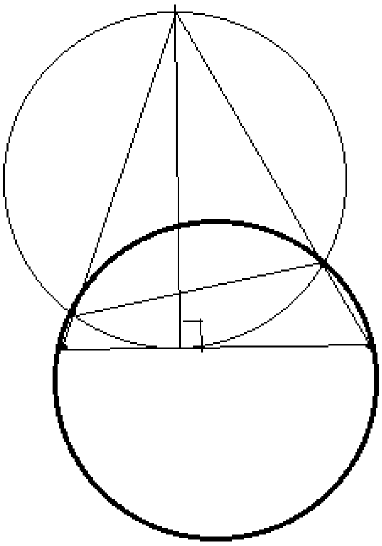
№1



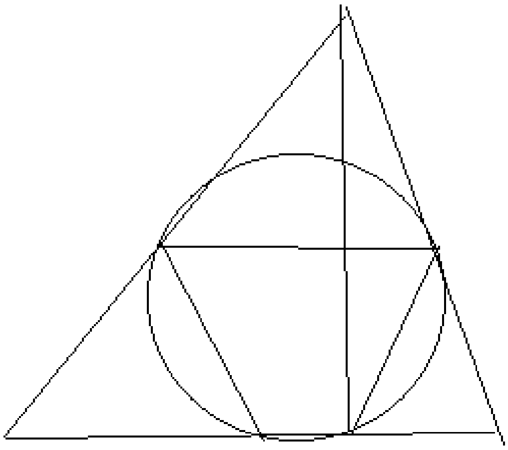
№2



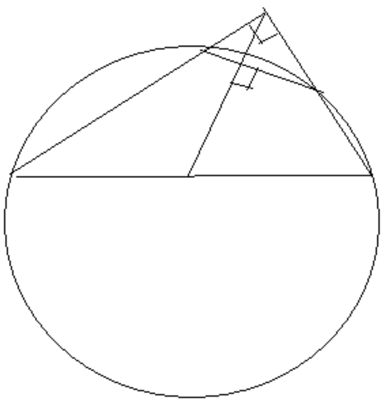
№3



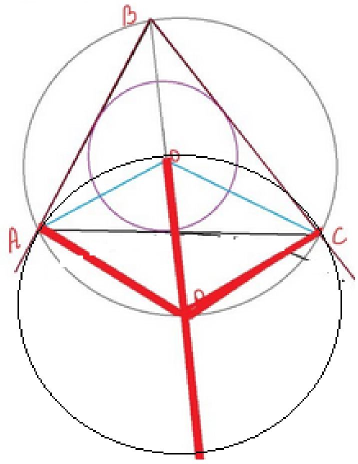
№4



№5



№6



Сформулируйте и решите задачу по каждой конструкции