

**ЕГЭ от 7 ИЮНЯ 2012 г.**  
**РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ В1- В14 ПО МАТЕМАТИКЕ**

**В1)**

Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

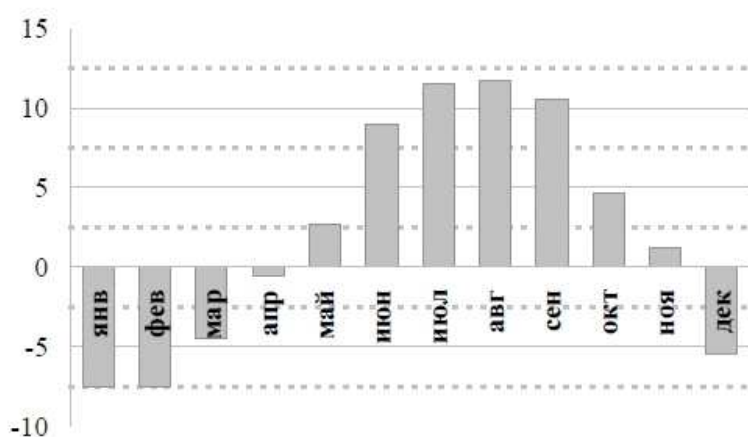
**Решение.**

$$(750+20) : 50 = 770 : 50 = 15,4$$

**Ответ:** необходимо иметь не менее 16 шлюпок.

**В2)**

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Хабаровске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Хабаровске отрицательна.



**Ответ:** 5 (январь, февраль, март, апрель, декабрь).

**В3)**

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см X 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



$$S = (9 \cdot 5) : 2 = 22,5$$

**Ответ:** 22,5 см<sup>2</sup>

**В4)**

Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана:

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	135 руб.	0,3 руб.
«Комбинированный»	255 руб. за 450 мин.	0,13 руб. (сверх 450 мин. в месяц)
«Безлимитный»	380 руб.	—

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонного разговора составляет 650 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 650 минутам? Ответ дайте в рублях.

**Решение:**

1) при использовании тарифного плана «Повременный»:

$$135 + 0,3 \cdot 650 = 330 \text{ рублей}$$

2) при использовании тарифного плана «Комбинированный»

$$255 + 0,13 \cdot (650 - 450) = 281 \text{ рубль}$$

3) при использовании тарифного плана «Безлимитный»:

$$380 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 281 рубль , тарифный план «Комбинированный»

**B5)**

Найдите корень уравнения  $\log_5(x+4) = 2$

Задание может быть решено с помощью программы **UMS** - [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com)

**Решение:**

Отметим ОДЗ.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+4 > 0 \\ \log_5(x+4) = 2 \end{array} \right|$$

Воспользуемся свойством логарифмов.

$$\log_5(x+4) = 2$$

$$\log_5(x+4) = \log_5(5^2)$$

Воспользуемся свойством монотонности логарифмической функции.

$$x+4 = 5^2$$

$$x+4 = 25$$

Перенесем известные величины в правую часть уравнения.

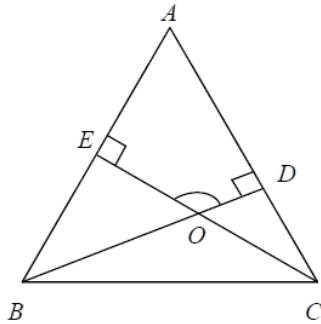
$$x = 25 - 4$$

$$x = 21$$

**Ответ:**  $x=21$

**B6)**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $56^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  - острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $\widehat{DOE}$ . Ответ дайте в градусах.



**Решение:**

$\widehat{DOE} + \widehat{OEA} + \widehat{EAD} + \widehat{ADO} = 360^\circ$  - сумма углов четырехугольника.

$\widehat{OEA} = 90^\circ$ , так как  $CE$  - высота

$\widehat{EAD} = 56^\circ$  - по условию

$\widehat{ADO} = 90^\circ$ , так как  $BD$  - высота

$$\widehat{DOE} + 90^\circ + 56^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\widehat{DOE} = 360^\circ - 236^\circ = 124^\circ$$

**Ответ:**  $\widehat{DOE} = 124^\circ$

**B7)**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Задание может быть решено с помощью программы **UMS** - [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com)

**Решение:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5} \\ \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \end{array} \right. |$$

Воспользуемся основными тригонометрическими тождествами.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

так как

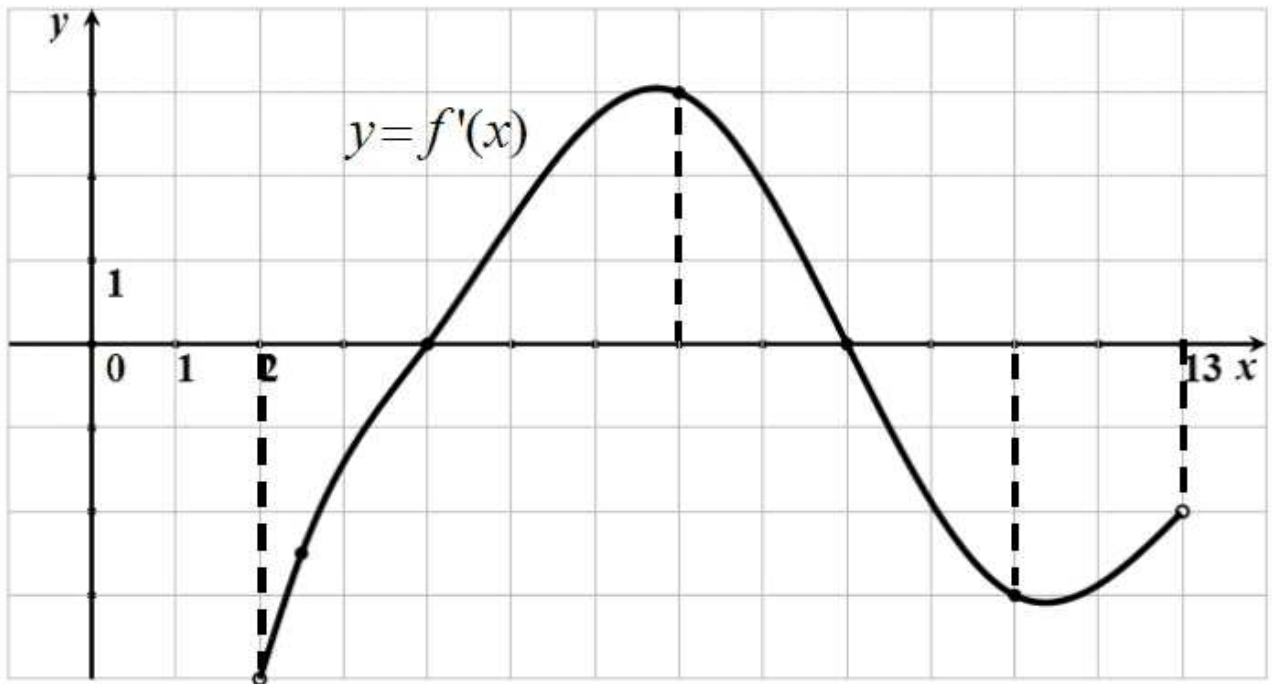
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \\ \cos \alpha > 0 \end{array} \right|$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left[ -\frac{\sqrt{21}}{5} \right]^2} = \frac{2}{5}$$

**Ответ:**  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$

**B8)**

На рисунке изображен график функции  $y=f'(x)$  - производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(2, 13)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$

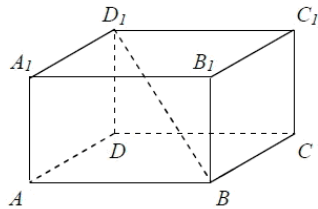


Проходя через точку максимума, производная  $f'(x)$  функции  $f(x)$  меняет знак с  $(+)$  на  $(-)$ . Как видно из графика это происходит при  $x=9$ .

**Ответ:** точка максимума функции  $f(x)$  при  $x=9$ .

**В9)**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BB_1 = 9$  ;  $A_1 B_1 = 2$  ;  $A_1 D_1 = 6$  . Найдите длину диагонали  $BD_1$  .



**Решение:**

$ABCD$  - прямоугольник,  $\angle A = 90^\circ$  ,  $BD$  - гипотенуза прямоугольного треугольника  $ADB$  .  
 $AD = A_1 D_1 = 6$  и  $AB = A_1 B_1 = 2$  , так как все грани прямоугольного параллелепипеда -  
прямоугольники.

$$BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

$BD_1$  - гипотенуза прямоугольного треугольника  $DD_1 B$  , так как  $DD_1 \perp$  плоскости  $ADCB$  в прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  .

$$DD_1 = BB_1 = 9$$

$$BD_1 = \sqrt{DD_1^2 + BD^2} = \sqrt{9^2 + 40} = \sqrt{81 + 40} = \sqrt{121} = 11$$

**Ответ:**  $BD_1 = 11$  .

**В10)**

В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменов: 10 из России, 14 из США, остальные из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

**Решение:**

Количество спортсменов из Германии:  $g = 40 - 10 - 14 = 16$



Всего спортсменов  $q=40$

Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии

$$p = \frac{g}{q} = \frac{16}{40} = 0,4$$

**Ответ:**  $p=0,4$

**В11)**

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение**

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту, т.е.

$$V = Sh$$

Площадь основания круглого цилиндра  $S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$ , где  $d$  - диаметр основания.

Если по условию задачи  $d_1 = \frac{d_2}{2}$ , объем жидкости остается прежним, то

$$\pi \cdot \frac{d_1^2}{4} \cdot h_1 = \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} \cdot h_2$$

$$\text{Откуда } h_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot h_1 = \frac{1}{4} \cdot h_1 = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3 \text{ см}$$

**Ответ:** 3 см

**В12)**

Зависимость объема спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $170 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**Решение:**

$$r(p) = pq = p \cdot (170 - 10p) = 170p - 10p^2$$

По условию задачи  $r(p) = 600$

$$170p - 10p^2 = 600$$

Уравнение может быть решено с помощью программы **UMS** - [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com)

Перенесем все в левую часть.

$$170p - 10p^2 - 600 = 0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$p^2 - 17p + 60 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60 = 49$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$p_1 = \frac{17-7}{2 \cdot 1} = 5 ; p_2 = \frac{17+7}{2 \cdot 1} = 12$$

$$p_{max} = p_2 = 12$$

**Ответ:**  $p_{max} = 12$  тыс. руб.

### **В13)**

Заказ на 575 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

#### **Решение:**

Пусть  $x$  деталей делает в час второй рабочий

Тогда  $x+1$  деталей делает в час первый рабочий

Первый рабочий выполнит заказ за  $\frac{575}{x+1}$  час

Второй рабочий выполнит заказ за  $\frac{575}{x}$  час

Разница в выполнении заказа составляет 4 часа, поэтому

$$\frac{575}{x} - \frac{575}{x+1} = 4$$

Уравнение может быть решено с помощью программы **UMS** - [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com)

$$\frac{575 - 4x^2 - 4x}{x(x+1)} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$4x^2 + 4x - 575 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-575) = 9216$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-4 - 96}{2 \cdot 4} = -\frac{25}{2} \quad \text{- отрицательный ответ не удовлетворяет условию задачи.}$$

$$x_2 = \frac{-4 + 96}{2 \cdot 4} = \frac{23}{2} = 11,5$$

**Ответ:** 11,5 деталей в час делает второй рабочий.

#### **В14)**

Найдите наименьшее значение функции  $y = (x+5)^2(x+6) - 8$  на отрезке  $[-5, 5; 1]$

Задание может быть решено с помощью программы **UMS** - [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com)

#### **Решение:**

Непрерывная функция на отрезке может принимать наименьшее значение либо на конце отрезка или в локальном минимуме, находящемся на этом отрезке.

Находим производную функции  $y = (x+5)^2(x+6) - 8$ .

$$y'(x) = (x+5)(3x+17) = ((x+5)^2(x+6) - 8)'$$

Производная суммы равна сумме производных.

$$= ((x+5)^2(x+6))' - (8)' =$$

Производная константы равна нулю.

Воспользуемся формулой производной произведения.

Воспользуемся правилом нахождения производной для сложной функции.

$$= 2(x+5)(x+5)'(x+6) + (x+5)^2(x+6)' - 0 = \\ = 2(x+5)(x+6) + (x+5)^2 =$$

Выносим общий множитель.

$$= (x+5)(2(x+6) + (x+5)) = (x+5)(3x+17)$$

Для нахождения критических точек приравняем первую производную к нулю и решим полученное уравнение.

$$(x+5)(3x+17) = 0$$

Случай 1 .

$$x+5=0$$

$$x = -5$$

Случай 2 .

$$3x+17=0$$

$$x = -\frac{17}{3} = -5\frac{2}{3} \quad \text{- точка не входит в исследуемый промежуток } [-5,5;1]$$

Посчитаем значение функции в точке  $x = -5$  и на концах исследуемого отрезка.

$$y(-5) = ((-5)+5)^2(-5+6) - 8 = -8$$

$$y(-5,5) = ((-5,5)+5)^2(-5,5+6) - 8 = (-0,5)^2 \cdot 0,5 - 8 = 0,125 - 8 = -7,875$$

$$y(1) = ((1)+5)^2(1+6) - 8 = (6)^2 \cdot 7 - 8 = 252 - 8 = 244$$

Наименьшее значение:  $y = -8$

**Ответ:**  $y_{min} = -8$