

$$C3 \quad \frac{\log_{3^{x+3}}(9)}{\log_{3^{x+3}}(-9x)} \leq \frac{1}{\log_3 \left[ \log_{\frac{1}{3}}(3^x) \right]}$$

Следующее неравенство равносильно предыдущему неравенству

$$\frac{\log_{3^{x+3}}(9)}{\log_{3^{x+3}}(-9x)} \leq \frac{1}{\log_3(-x)}$$

Решаем с помощью программы *UMS* (см. [www.umsolver.com](http://www.umsolver.com))

Следующее система равносильно предыдущему неравенству

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_3(9)}{\log_3(-9x)} \leq \frac{1}{\log_3(-x)} \\ x+3 \neq 0 \end{array} \right. |$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{2+\log_3(-x)} \leq \frac{1}{\log_3(-x)} \\ x+3 \neq 0 \end{array} \right. |$$

Произведем замену переменных

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \log_3(-x) \\ \frac{2}{2+a} \leq \frac{1}{a} \\ x \neq -3 \end{array} \right. |$$

Решаем неравенство  $\frac{2}{2+a} \leq \frac{1}{a}$  (с помощью программы UMS) и получаем ответ:

$$a < -2 \text{ или } 0 < a \leq 2 .$$

Тогда  $\log_3(-x) < -2$  или  $0 < \log_3(-x) \leq 2$  .

Решая каждое из неравенств в отдельности, получаем окончательный ответ с учетом неравенства  $x \neq -3$  :

$$-9 \leq x < -1 \text{ и } x \neq -3 \text{ или } -\frac{1}{9} < x < 0$$

**Замечание.**

Во многих вариантах вместо числа 3 выбрано другое число  $k$  (например  $k=5$  или  $7$  )

В этом случае решение то же самое, но ответ :  $-k^2 \leq x < -1$  и  $x \neq -k$  или

$$-\frac{1}{k^2} < x < 0 .$$

**С5** При каком значении  $a$  наименьшее значение функции

$$f(x) = 2ax + |x^2 - 6x + 8| \text{ меньше } 1 .$$

Решение. Наименьшее значение функция может принимать в критических точках ( в которых производная равна нулю или не существует). Это происходит в граничных точках, в которых  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2, x_2 = 4$  , или - в вершине параболы (при положительном раскрытие модуля):  $x = 3 - a$

Выполнение условия задачи эквивалентно выполнению совокупности неравенств

$$\left[ \begin{array}{l} f(2) < 1 \\ f(4) < 1 \\ f(3-a) < 1 \end{array} \right] \Leftrightarrow$$

$$\left[ \begin{array}{l} 4a < 1 \\ 8a < 1 \\ 2a(3-a) + |(3-a)^2 - 6(3-a) + 8| < 1 \end{array} \right]$$

Эту совокупность неравенств можно решить с помощью программы *UMS* (см.

[www.umsolver.com](http://www.umsolver.com))

Окончательный ответ:  $a < \frac{1}{4}$  ;  $a > 3 + \sqrt{7}$